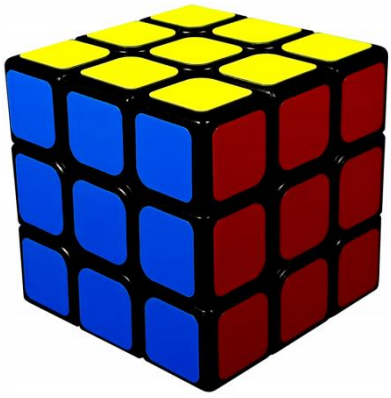
Задача 1.7.3. Кубик Рубика (10 баллов). Кубик Рубика с ребром a не имеет пустот и сложен из одинаковых кубиков плотностью ρ_1 с ребром $a/3$. Если все мелкие кубики, не видимые на рисунке, заменить на другие, такие же по размеру, но с плотностью ρ_2, то средняя плотность кубика Рубика увеличится в $n = 3$ раза. Чему равно отношение плотностей ρ_2 / ρ_1?



Возможное решение (С. Кармазин). На рисунке видно 19 из 27 мелких кубиков. Мы не видим 8 маленьких кубиков, один из которых находится в центре большого кубика. Средняя плотность кубика Рубика вначале равна

$$\rho_{ср.1} = \rho_1, \qquad (1)$$

так как все мелкие кубики в этом случае одинаковые.

Во втором случае средняя плотность большого Кубика:

$$\rho_{ср.2} = \frac{\frac{V}{27}19\rho_1 + \frac{V}{27}8\rho_2}{V} = \frac{19\rho_1 + 8\rho_2}{27}, \qquad (2)$$

где V – объем кубика Рубика.

По условию $\rho_{\text{ср.2}} / \rho_{\text{ср.1}} = 3.$ (3)

Из (1) – (3) находим $k = \rho_2 / \rho_1 = 7{,}75.$

№	Задача 1.7.3. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Указано, что видно 19 и не видно 8 кубиков	2
2	Указано, что $\rho_{ср.1} = \rho_1$	1
3	Получено выражение (2) для $\rho_{\text{ср.2}}$ через ρ_1 и ρ_2	4
4	Получено значение k	3

Примечание: Если неправильно указано количество видимых и невидимых кубиков но расчет отношения плотностей проведен верно, задача оценивается максимум в 4 балла.